

# MÉTODO SUBSTITUIÇÃO-NEWTON-RAPHSON PARA SOLUÇÃO DE EQUAÇÕES DE REDES ELÉTRICAS.

Renan Silva Maciel, Antonio Padilha Feltrin, Edison Righeto. – Engenharia Elétrica – Engenharia Elétrica – Departamento de Engenharia Elétrica – Faculdade de Engenharia – Campus de Ilha Solteira

A principal função de um sistema de energia elétrica é a de fornecer as potências ativas e reativas, necessárias às diversas cargas a ele ligadas [1], obedecendo a certas condições de qualidade e com custos mínimos tanto econômicos quanto ecológicos. Assim, um dos pontos fundamentais para se determinar o funcionamento, controle e planejamento de operação e expansão de sistemas de energia elétrica é a análise do fluxo de potência. O cálculo do fluxo de potência em redes de transmissão de energia elétrica é tradicionalmente realizado utilizando métodos computacionais desenvolvidos com finalidade específica, em que é essencial a capacidade de solução eficiente de grandes sistemas de equações algébricas não lineares, com a forma das equações de fluxo de potência. Alguns autores, [2], [3] e [4], destacam que a grande maioria dos programas de cálculo de fluxo de potência emprega o tradicional método de Newton-Raphson ou seus derivados (métodos desacoplados).

Já a literatura que trata da resolução de sistemas de equações algébricas não lineares se refere a dois métodos básicos: o método da Substituição Sucessiva (SS) e o método de Newton-Raphson (NR) [5]. O primeiro é, em geral, de simples programação e exige pouca memória computacional, mas tem o risco de divergência conforme a sequência com que as equações estão listadas no processo iterativo; já o segundo é mais confiável, gerando soluções precisas com um pequeno a moderado número de iterações. Entretanto, a escolha do valor inicial pode levar o processo iterativo à divergência ou à não convergência. Assim, o presente trabalho avalia o método Substituição-Newton-Raphson (SNR), descrito em [5], que combina ambos os métodos de modo a manter as vantagens de cada um deles (como a convergência do NR e a economia de memória do SS), observando suas potencialidades na resolução do problema de fluxo de potência. Como mostrado em [5], o método SNR propõe a separação das variáveis em dois grupos: as variáveis de substituição e as variáveis efetivas, gerando um conjunto de equações de substituição e outro de equações residuais compostas apenas pelas variáveis efetivas. Portanto, o método SNR equivale ao método NR aplicado ao conjunto de equações residuais, ou seja, o método SNR reduz a dimensão do sistema ao qual se aplica o método NR.

Fez-se um estudo inicial das possibilidades de formulações para o método SNR aplicado ao cálculo de fluxo de potência em redes de transmissão de energia elétrica. Por questões de simplicidade e maior facilidade na análise dos resultados, os testes neste sentido foram realizados utilizando-se uma rede elétrica de duas barras de [2]. Para uma rede de duas barras, o sistema de equações de ordem dois foi reduzido para apenas uma equação algébrica não linear, implicando na redução de uma matriz jacobiana de ordem dois a apenas uma derivada.

As equações de fluxo de potência têm a seguinte forma geral [2]:

$$\begin{aligned}\Delta P_k &= P_k^{esp} - P_k = P_k^{esp} - V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{k,m} \cos \theta_{k,m} + B_{k,m} \sin \theta_{k,m}) \\ \Delta Q_k &= Q_k^{esp} - Q_k = Q_k^{esp} - V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{k,m} \sin \theta_{k,m} - B_{k,m} \cos \theta_{k,m})\end{aligned}\quad (1)$$

onde  $K$  é o conjunto das barras vizinhas a barra  $k$ , incluindo-se a própria barra  $k$ ;  $B_{k,m}$  o elemento da linha  $k$  e coluna  $m$  da matriz susceptância;  $G_{k,m}$  o elemento da linha  $k$  e coluna  $m$  da matriz condutância; e  $\theta_{k,m}$  é o ângulo de fase da tensão entre a barra  $k$  e a barra  $m$ , dado por  $\theta_k - \theta_m$ . As matrizes  $B$  e  $G$  são obtidas através da matriz admitância nodal  $Y$ , definida como  $Y = G + jB$ .

Quando resolvido pelo método NR, o sistema implementado resulta diretamente da aplicação de (1) à rede utilizada. Já para o método SNR, há quatro possibilidades de formulação, sendo que apenas duas delas produzem resultados. Na formulação 1 tem-se:  $\Delta Q_2$  como equação de substituição e  $\Delta P_2$  como equação residual;  $V_2$  como variável de substituição e  $\theta_2$  como variável efetiva. Resolvendo  $\Delta Q_2$ , que é uma equação do segundo grau na variável  $V_2$ , pela fórmula de Báskara, determinam-se duas equações de substituição com  $V_2$  em função de  $\theta_2$ , sendo que apenas uma delas produz soluções fisicamente coerentes. Para a formulação em que se considera  $\theta_2$  como variável de substituição, faz-se

as aproximações  $\text{sen}\theta_2 = \theta_2$  e  $\text{cos}\theta_2 = 1 - \frac{\theta_2^2}{2}$ , segundo a série de Taylor, válidas para  $\theta_2 \approx 0$ . Na

formulação 2 se faz:  $\Delta P_2$  como equação de substituição e  $\Delta Q_2$  como equação residual;  $\theta_2$  como variável de substituição e  $V_2$  como variável efetiva. Fazendo-se as aproximações por série de Taylor na equação  $\Delta P_2$ , ela é resolvida assim como na formulação 1.

Ao contrário das formulações 1 e 2, as considerações de  $\Delta P_2$  como equação de substituição e  $V_2$  como variável de substituição ou  $\Delta Q_2$  como equação de substituição e  $\theta_2$  como variável de substituição, não são aplicáveis ao problema de fluxo de potência, o que pode ser explicado pela relação de acoplamento forte existente na maioria dos sistemas de energia elétrica entre as variáveis P- $\theta$  e Q-V.

Os testes iniciais realizados por meio de variações nos valores especificados de potência ativa ( $P_2^{\text{esp}}$ ), reativa e na tolerância mostraram, além das possibilidades de formulação para o método SNR, que a formulação 1 sempre forneceu soluções próximas daquelas obtidas pelo método NR, ao contrário da formulação 2. Neste caso, as aproximações definidas por série de Taylor, por serem limitadas a valores pequenos de ângulo, afetaram a qualidade das soluções com relação ao método NR, principalmente nos casos de elevados valores de  $P_2^{\text{esp}}$ . Quanto ao número de iterações, apesar da formulação 1 do método SNR mostrar-se, em geral, menos eficiente que o método NR, ela apresentou capacidade de convergência em situações críticas, nas quais o NR não convergiu.

Em seguida, foi utilizada uma outra rede elétrica de duas barras retirada de [6], para analisar, principalmente, as características de convergência em situações de carregamento crítico. Através destes testes pôde-se também definir um modelo para avaliação dos métodos: o carregamento na barra de carga foi elevado a valores em que o método NR apresenta dificuldades de convergência ou mesmo não consegue atingi-la. Os valores obtidos foram tabelados e analisados graficamente por meio das curvas PV de modo comparativo entre os métodos NR e SNR. Foram determinados ainda, em todos os casos, a matriz jacobiana e seu número de condição, que quantifica o condicionamento da matriz e é definido como o produto da norma de uma matriz pela norma de sua matriz inversa. Segundo este índice, uma matriz é bem condicionada quando o número de condição tem um valor próximo da unidade e mal condicionada (ou próxima da singularidade) quando seu valor é muito maior que 1. Esse estudo preliminar do método SNR em sistemas de energia elétrica elementares é de fundamental importância para sua aplicação em redes elétricas maiores e mais complexas.

Assim, buscando uma formulação genérica do método SNR para aplicá-lo em sistemas elétricos quaisquer e sua melhor caracterização na resolução do problema de fluxo de potência, o método SNR foi implementado, mais uma vez de maneira comparativa com o método NR, considerando-se a rede elétrica IEEE-14 barras de [7]. Ao contrário dos testes anteriores, em que foram elaborados algoritmos específicos para redes elétricas de duas barras, o programa computacional implementado aqui seguiu o modelo geral para fluxo de potência apresentado em [2]. Baseado nos resultados anteriores, o método SNR foi analisado apenas segundo a formulação 1, sendo que a substituição ocorreu apenas com a barra que apresentava carregamento crítico, reduzindo em uma equação e variável o sistema de equações algébricas a ser resolvido. A equação geral para substituição da magnitude da tensão na barra k ( $V_k$ ), utilizando a equação da injeção de potência reativa ( $\Delta Q_k$ ) é dada por:

$$V_k = \frac{\sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \text{sen}\theta_{km} - B_{km} \text{cos}\theta_{km}) - \sqrt{\left( \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \text{sen}\theta_{km} - B_{km} \text{cos}\theta_{km}) \right)^2 - 4 \cdot B_{kk} \cdot Q_k^{\text{esp}}}}{2 \cdot B_{kk}} \quad (2)$$

sendo  $\Omega_k$  o conjunto das barras vizinhas da barra k.

Portanto, pela equação (2) nota-se que além de ser possível proceder com a substituição da variável  $V_k$  em qualquer barra k da rede, pode-se fazê-la em mais de uma barra, reduzindo ainda mais o sistema de equações algébricas ao qual se aplica o método NR. Entretanto, como primeira análise do

método SNR para um sistema maior, os testes concentraram-se sobre os efeitos da substituição apenas na barra com carregamento crítico.

A metodologia de estudo dos métodos e a avaliação dos resultados foram semelhantes ao realizado para as redes de duas barras: foi escolhida uma barra de carga (neste caso, a barra 14) para a variação em seu carregamento até casos críticos, sem preocupação com a manutenção do fator de potência. A carga foi elevada inicialmente apenas sobre os valores de potência ativa, em seguida somente sobre os valores de potência reativa e, por fim, sobre as potências ativa e reativa simultaneamente. O estudo através de gráficos e pela determinação do número de condição foi concentrado sobre as situações de elevação apenas da potência ativa especificada. Neste caso, o fluxo de potência foi resolvido pelo método SNR de duas maneiras distintas quanto aos valores iniciais dados às variáveis: SNR(1) em que os valores iniciais originais do sistema de 14 barras foram mantidos para todos os valores de  $P_{14}^{esp}$  adotados; e SNR(2) sendo realizado de modo que a solução anterior é utilizada para inicializar o próximo caso, sendo aqui atualizados os valores iniciais para todas as barras e não apenas para a barra 14.

A fig. 1 mostra as curvas PV obtidas pelos métodos NR e SNR (1) comparativamente. A fig. 2 traz em detalhe a região de máximo carregamento apenas para o método SNR(1).

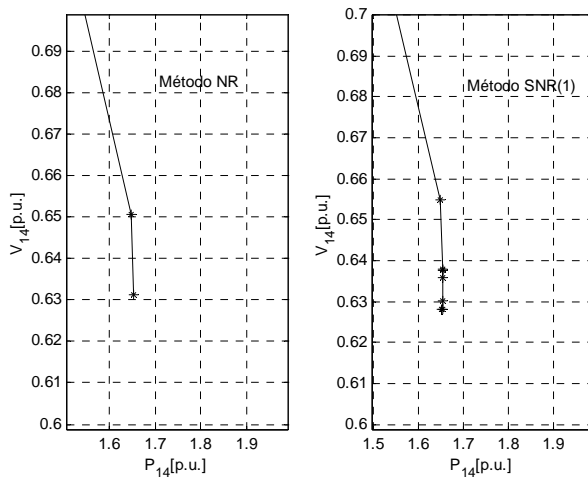


fig. 01: Detalhe da região de máximo carregamento das curvas PV, obtidas pelos métodos NR e SNR(1).

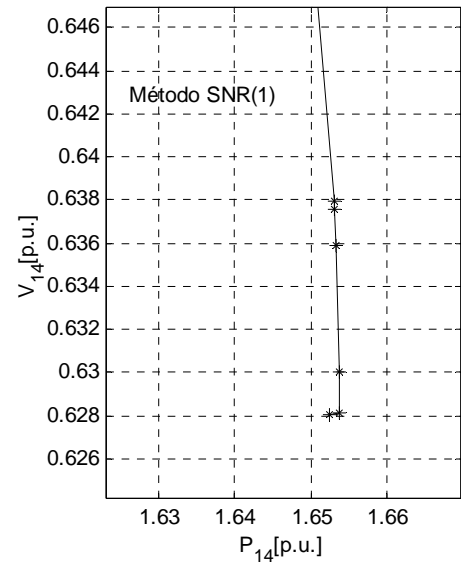


fig. 02: Detalhe da região de máximo carregamento da curva PV, obtida pelo método SNR(1).

A maior capacidade de convergência do método SNR na região de carregamento crítico, observada na fig. 1, se repete em todos os testes realizados e para ambas as metodologias, havendo pequena vantagem para SNR(2). A figura 2 é representativa das dificuldades enfrentadas pelas duas metodologias do método SNR para a determinação completa da curva PV, devido à instabilidade de operação na região inferior da curva, encontrando valores não muito representativos de sua tendência. Não foi notada diferença entre o tempo de execução computacional dos métodos, apesar do elevado número de iterações do método SNR.

Os dados da tabela 1 mostram o número de condição calculado para o método NR e para ambas as metodologias do método SNR, nos casos de elevação apenas em  $P_{14}^{esp}$ . A indicação “não conv.” mostra não convergência e em “não calc.” a solução final é o próprio valor inicial das variáveis, devido à variação na potência ativa ser pequena.

**Tabela 1:** Número de condição da matriz jacobiana para os métodos NR, SNR(1) e SNR(2)

$P_{14}^{esp}$ (pu)	Número de condição		
	NR	SNR (1)	SNR (2)
0,649	125,2597	124,8347	124,8351
1,149	134,0507	130,6461	130,6483
1,649	604,9775	155,8025	155,5310
1,6530	663,9403	158,2642	157,2165
1,6531	1199,400	158,3290	não calc.
1,653762	não conv.	159,7411	não calc.
1,6538	não conv.	não conv.	159,6376
1,65246	não conv.	não conv.	159,6314

O método SNR, em ambas as metodologias, manteve pouco alterado o número de condição em valores próximos daqueles obtidos para baixos carregamentos da rede, ao contrário do método NR que sofre com elevação do mau condicionamento do sistema de equações e não convergência para as situações de carregamento crítico.

Portanto, este trabalho apresentou a avaliação da aplicação do método SNR ao problema de fluxo de potência. Como decorrência natural do desenvolvimento do projeto, o método SNR mostrou-se mais eficiente que o NR, que é o método mais utilizado na maioria das aplicações de fluxo de potência junto com seus derivados, nos problemas de carregamento crítico da rede elétrica. Assim, as análises foram concentradas nesses casos, mostrando, inicialmente e entre outros aspectos, a capacidade do método SNR de reduzir o comportamento mal condicionado do sistema de equações.

Problemas como redes elétricas operando em condições de estresse (alto carregamento) são cada vez mais comuns na atualidade, devido à necessidade de operar o sistema com impactos econômicos e ambientais menores. Assim, para que o método SNR figure como uma alternativa confiável na resolução de problemas de fluxo de potência, é necessário ainda investigar mais alguns pontos, como: a possibilidade de substituição em várias barras do sistema, e não só naquela que apresentar carregamento mais elevado; o elevado número de iterações; a definição de uma metodologia geral e a convergência para os pontos da região inferior das curvas PV. Neste aspecto, a definição da equação geral para substituição e os testes com o sistema de 14 barras contribuíram de modo relevante no sentido de formulações gerais e na melhor compreensão do comportamento do método SNR. Esse maior domínio do método permite também que ele seja aplicado a problemas semelhantes de análise de sistemas de energia elétrica, como em condições mal condicionadas no fluxo de potência em redes de distribuição, que está sendo investigado atualmente.

### Referências Bibliográficas

- [1] ELGERD, O. L. O sistema de energia elétrica – Considerações operacionais. In: \_\_\_\_\_. **Introdução à teoria de sistemas de energia elétrica**. São Paulo: McGraw-Hill, 1976. cap.3, p. 49-70.
- [2] MONTICELLI, A. Fluxo de carga não linear: algoritmos básicos. In: \_\_\_\_\_. **Fluxo de carga em redes de energia elétrica**. São Paulo: Edgard Blucher, 1983. cap.5, p.75-109.
- [3] MONTICELLI, A.; GARCIA, A. **Introdução a sistemas de energia elétrica**. Campinas: Unicamp, 1999.
- [4] SAADAT, H. **Power system analysis**. 2nd ed. Boston: McGraw-Hill Primis Custom Publishing, 2002.
- [5] FIGUEIREDO, J. R. et al. Substitution-Newton-Raphson method applied to the modeling of a vapour compression refrigeration system using different representations of the thermodynamics properties of R-134A. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences**, Rio de Janeiro, v.24, n. 3, p. 158-168, 2002.
- [6] VARGAS, L. S., CAÑIZARES C. A. Time dependence of controls to avoid voltage collapse. **IEEE Transactions on Power Systems**, v.15, n. 4, p. 1367-1375, 2000.
- [7] **Power systems test case archive**. Disponível em: <[http://www.ee.washington.edu/research/pstca/pf14/pg\\_tca14bus.htm](http://www.ee.washington.edu/research/pstca/pf14/pg_tca14bus.htm)>. Acessado em: 6 out. 2006.